

Une méthode de reconstruction de perturbations par imagerie micro-ondes avec mesures surfaciques partielles

Jérémy HELEINE, Institut de Mathématiques de Toulouse - Toulouse

Dans cet exposé, on va s'intéresser à un problème inverse qui consiste à émettre une onde électromagnétique vers un objet puis, à partir de mesures effectuées à la surface de cet objet, à reconstruire l'indice de réfraction complexe du milieu constituant l'intérieur du domaine.

On travaille dans un domaine Ω de l'espace ou du plan, de bord $\Gamma = \partial\Omega$ et de normale unitaire sortante \mathbf{n} , et on fixe un nombre d'onde $k > 0$. Le problème direct consiste à déterminer l'intensité du champ électrique se propageant dans le milieu, pour un indice de réfraction κ (dépendant de la position) donné. Ce champ est solution des équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \mathbf{curl} \mathbf{curl} \mathbf{E} - k^2 \kappa \mathbf{E} = 0, & \text{dans } \Omega, \\ \mathbf{curl} \mathbf{E} \times \mathbf{n} = \mathbf{g}, & \text{sur } \Gamma, \end{cases} \quad (1)$$

où \mathbf{g} est la trace de l'onde incidente.

Le problème inverse consiste à reconstruire κ à partir de la connaissance de $\mathbf{E} \times \mathbf{n}$ sur au moins une partie Γ_0 du bord Γ . Plus précisément, on considère ici l'hypothèse que κ est une perturbation d'un indice de réfraction de fond κ_0 , supposé connu :

$$\kappa = \kappa_0(1 + a\rho)$$

où a est l'amplitude de la perturbation et ρ est l'indicatrice de son support. On cherche alors à reconstruire a et ρ .

Les travaux présentés dans cet exposé font suite à ceux publiés dans [1] et [2]. Le premier proposait une méthode de localisation des perturbations via l'analyse de la dérivée du champ électrique. Dans le second, on propose d'utiliser la méthode de quasi-réversibilité pour compléter des données partielles en des données totales, afin de faciliter la résolution du problème inverse.

On propose ici un algorithme de reconstruction complet. Partant de mesures surfaciques partielles, on complète ces mesures en des données totales, cette fois-ci avec la méthode de quasi-réversibilité itérée. Avec ces données totales, on retrouve ρ et a en minimisant une fonctionnelle construite à partir des dérivées du champ électrique.

- [1] M. Darbas, J. Heleine, S. Lohrengel. *Sensitivity analysis for 3d maxwell's equations and its use in the resolution of an inverse medium problem at fixed frequency*. Inverse Problems in Science and Engineering, **28(4)**, 2019.
- [2] M. Darbas, J. Heleine, S. Lohrengel. *Numerical resolution by the quasi-reversibility method of a data completion problem for maxwell's equations*. Inverse Problems and Imaging, **14(6)**, 2020.