

Optimisation de forme de fonctionnelles polynomiales avec incertitudes sur le deuxième membre de l'équation d'état

Fabien CAUBET, LMAP-UPPA - Pau Marc DAMBRINE, LMAP-UPPA - Pau
Giulio GARGANTINI, LMAP-UPPA - Pau
Jérôme MAYNADIER, Safran Helicopter Engines - Bordes

L'optimisation de structures sous différents types de contraintes est un problème au cœur de l'ingénierie mécanique. Dans les dernières décennies, des techniques d'optimisation topologique et de forme on fournit aux ingénieurs des outils alternatifs pour la conception de structures plus performantes. L'un des principaux aspects dont les ingénieurs doivent tenir compte lors de la conception d'une structure mécanique est le traitement des incertitudes, tant sur la forme elle-même que sur les chargements appliqués.

Cet exposé traite de l'optimisation de structures élastiques soumises à un chargement mécanique aléatoire, on s'intéresse à la solution de problèmes d'optimisation de forme où l'espérance d'une fonction polynomiale de l'état apparait comme objectif ou parmi les contraintes. L'analyse de sensibilité de l'objectif et des contraintes est étudiée suivant la méthode de différentiation par rapport à la forme au sens de Hadamard. Afin de traiter les aspects aléatoires du problème, on étend l'approche de [1] au cas de fonctions polynomiales de degré m de l'état. En particulier, on fournit une expression déterministe de l'espérance de la fonctionnelle d'intérêt et de sa dérivée, qui ne dépend que des m premiers moments aléatoires du chargement.

Cet approche est présentée pour deux cas d'application. Le premier étudie la sensibilité de la variance d'une fonctionnelle quadratique par rapport à la forme, avec la seule connaissance des quatre premiers moments de la variable aléatoire qui modélise le chargement de la structure. Le deuxième exemple est lié à l'approximation de la norme L^∞ d'une fonction à valeurs réelles définie sur un domaine, par sa norme L^m , quand m est suffisamment grand. En particulier, on étudie un problème où on cherche la structure élastique de masse minimale, pour laquelle la norme L^m de la contrainte de von Mises est bornée par une constante. Cet approche est particulièrement intéressante pour les applications industrielles car une des préoccupations principales dans la conception de structures est d'éviter la forte concentration de contraintes mécaniques, afin d'éviter l'endommagement ou la fissuration de l'objet.

Pour résoudre l'équation de l'élasticité linéaire et les problèmes adjoints nécessaires pour le calcul des dérivées de forme on a utilisé la méthode des éléments finis et le solver *FreeFem++*. L'algorithme *nullspace optimization* [2] a été appliqué pour résoudre le problème d'optimisation sous contraintes.

- [1] M. Dambrine, C. Dapogny, H. Harbrecht. *Shape optimization for quadratic functionals and states with random right-hand sides*. SIAM Journal on Control and Optimization, **53(5)**, 2015.
- [2] F. Feppon, G. Allaire, C. Dapogny. *Null space gradient flows for constrained optimization with applications to shape optimization*. ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations, **26**, 2020.